

1. 単元名 図形の調べ方

2. 授業構成

(1) 単元名 図形の調べ方

(2) 教材に対する反省と新しい提案

観察、操作、実験によって、

結果や方法の見通しを立てるだけでなく、そもそも課題を発見させられないか。

そのために ICT の活用を。

学習指導要領でも述べられるように、特に図形領域では観察や操作、実験を通して行われるべきである  
と考える。観察・実験・操作の例として、啓林館教科書(未来へひろがる数学2)を見てみると、三角形  
の内角の和を実測してみること、紙を破いて角を合わせる、リボンをいろいろと折ってみること、折  
り紙を折ってみることなどがある。このように観察・実験・操作を通して、帰納的に考えたことを基に、  
成り立ちそうな性質を見出したり、結果の見通しを立てられたりするように設定している。また、三角形  
→四角形→五角形→…という様に角の数を変数と見て思考実験すれば、内角の和や外角の和についての性  
質などを一般化することも可能になる。そして、図形一般と考えることができるようになれば、様々な特  
殊な図でも、示した結論を利用することができるようになる。論証においては、自分や他人を納得させら  
れるよう伝えたり、自分の中で対話したりする活動が行われることが望ましい。その中で観察・実験・操  
作自体が有効なはずである。

しかし、観察・実験・操作の意義はそれだけであろうか。結果や方法の見通しを立てるにしても生徒の  
発想をより広げ、深めることはできないだろうか。示すべき命題は、生徒自ら見出すことはできないだろ  
うか。従来の静的な図でなく動的な図を扱うことができるテクノロジーを活用すれば、観察・実験・操作  
のよさが生かされると考えた。

そこで、動的幾何ソフトを利用し、図が連続的に変形していく様子を生徒に観察させることで、当初の  
図と変形した図の共通点、相違点、変わるもの、変わらないものを捉えられるようにする。このように図  
を動的に見ることによって静的な図では発想し得ないことがらや性質を観察できるようになる。今まで違  
って見えていた図形が同じ図形として統合され、そして、何よりそこで新たな課題を発見することに繋が  
るはずである。以上の考えから、生徒による ICT の利用を図形領域で行うことを提案する。この取り組  
みのために、iPad で動的幾何ソフト GeoGebra を扱うことにした。

(3) 子どもたちの学びの実態と期待する学び方

生徒は見覚えのある図形、特殊な図形を扱って考えようとする態度がある。

ICT を使うことで、正しい理解に基づいた図形の体系化が図られる。

中学校第二学年「文字式の利用」単元の中で、三角形や台形の求積公式の見直しを行った時、生徒が描  
く三角形は正三角形や直角三角形に近いもの、台形は等脚台形に近いものが多かった。台形については等  
脚台形であるからこそ言える説明をする生徒もいた。任意な図形に対して求積公式を適用しているにも関

わらず、特殊な図形を用いて思考している姿だといえる。見覚えのあるものだから扱った、特殊な図形だから考えやすかったという考えを感じ取ることができる。

したがって、本単元では図を連続性を持って動かすことを大事にする。同じ条件を保ったままで連続性を持って図を動かせば、その動きに連動して依存しているものが見えてくる。この活動を通して生徒の中には一般の中の特殊な図形であるという理解が生まれるはずである。静的にベン図を与えられて理解するのではなく、長さや角度、面積などの要素を絡めながら、どの要素が図形の変化に影響を及ぼすのかを考えながら図形について学ぶことができる。ICTを思考のためのツール、課題を見つけるツールであると認識し、自分で新たに課題を見つける活動を期待したい。

(4) 本時の学習に向けた教材研究

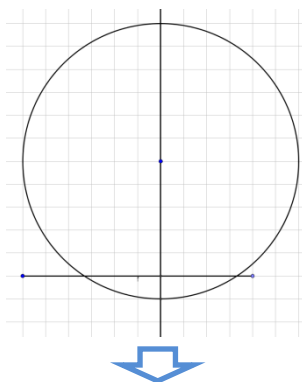
**ICTのよさは、動きが見えること。**  
**動かすから、見えるものがある。違うものが同じものだと分かる。**

生徒はまだ Geo Gebra を扱ったことがないまま、単元「図形の調べ方」に入った。本時では図形についての知識は、1 学年終了時の段階である。よって、動的幾何ソフトの操作があまり困難でなく、現時点での知識で考察できる題材を考えた。

**問題：直交する 2 線分（横 10、縦 6）の端の点を結び多角形を作る。できた多角形の面積について考えよう。**

**作図手順**

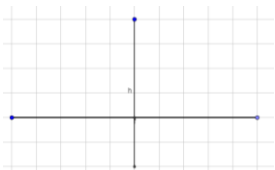
(i)



- ① 中心と半径(6)で決まる円
- ② 長さ(10)を指定した線分
- ③ 垂線…①円の中心から②の線分へ
- ④ 2つのオブジェクトの交点をとる  
(③垂線と①円の交点)
- ⑤ 2点 (①円の中心と④交点) を結ぶ線分

\*他の方法を試したが、点や図の移動ができなかったり、垂直関係が保存されなかったりした。  
 \*この方法は、点を使っでの移動はできるが、線を使っでの移動ができない。

(ii) 本時の課題解決に最低限必要な状態にするために、図の一部を非表示にする



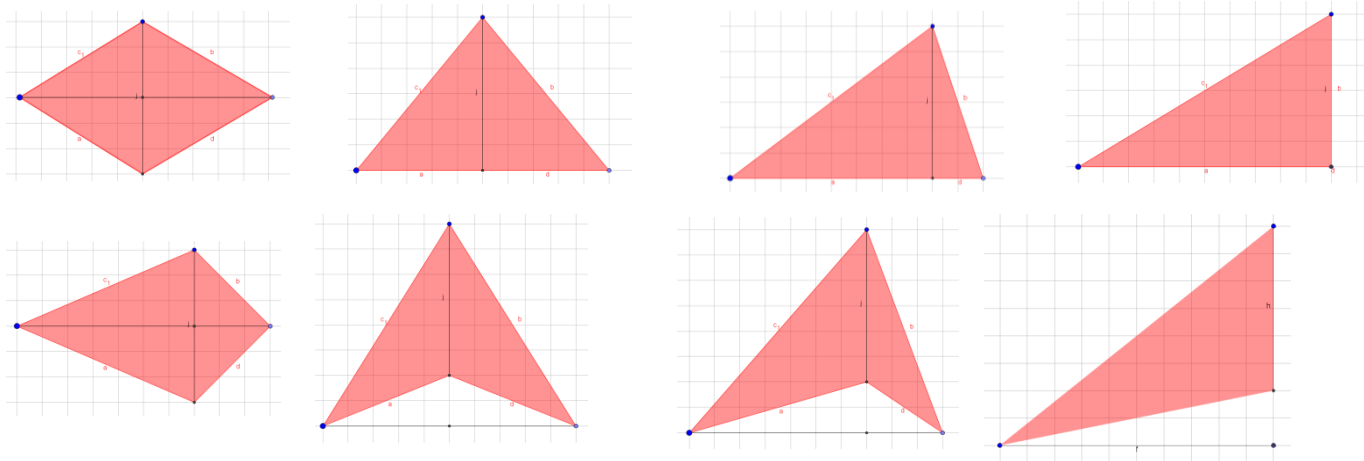
- ①円 と③垂線 を非表示にする。
- それぞれ、数式ビューで 表示を消す

\*他にもいろいろな方法で表示・非表示の切り替えは可能

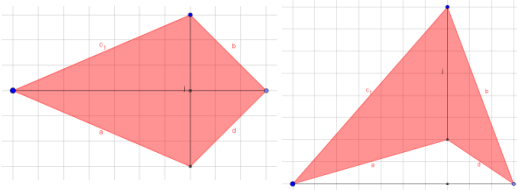
授業では課題解決に視点を絞るために、(i) (ii) まで終えた図を生徒に与えることにする。



(iii) 多角形を作る

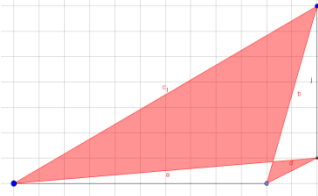


## 多角形の面積について



点を動かすことで形が変えても、面積の求め方は【二線分の長さの積÷2】でまとめられる。

また、どの図も一方の線分を軸に二つの三角形に分けて考えることもできる。



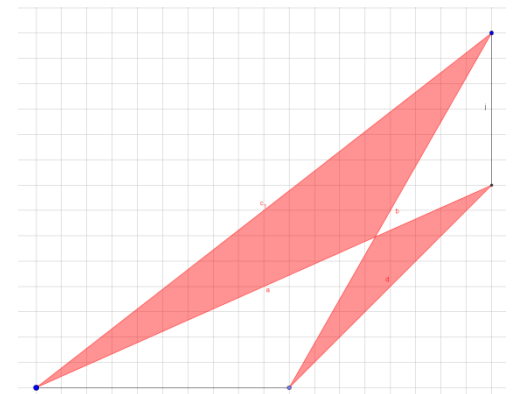
さらに、点の移動を行う。左の図も問題で与えられた状態から点を移動したものである。

二直線が交わらないこと、線分同士がお互いの幅の外にあることで、図形はねじれた形になる。

この図形は従来の静的な図形指導ではうまれなかった形であり、ICTにより生徒の発想の幅が広がることを期待するものである。(ICTによって生徒の発想が広がる瞬間)

これらの図形は連続性を持ち、同じ条件のもとつくられた図形であるといえる。

Geo Gebra で面積を求めると、以上のすべての図形はどれも等しく、30と表示される。



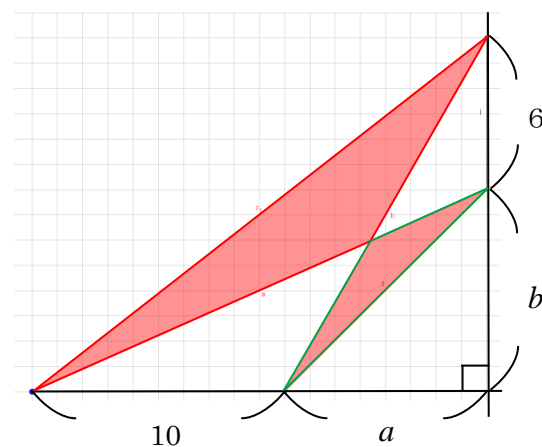
さらに、点の移動を行う。右図の倍率は他と同じ。

ねじれた形の図形の面積が大きいように見えるが、面積の表示は依然、30のままである。

直観からくる情報とICTが訴える情報の間にずれが生じるこの状態を生徒が疑問に抱き、新たな課題として捉え、ペンや紙、そしてICTを駆使しながら課題解決に挑む姿を期待したい。

(ICTによって新たな課題が生れる瞬間)

## ねじれた形の面積について



全体の直角三角形が5つの三角形に分割されているとみなす。それぞれの面積をA、B、C、D、Eでおく。

また、図のように全体の直角三角形の二辺をとする。

$$\begin{aligned} A+B+C+D+E &= \frac{1}{2}(10+a)(6+b) \\ &= 30+5b+3a+\frac{1}{2}ab \end{aligned}$$

$$B+D=5b、c+d=3a、E=\frac{1}{2}ab \text{ より、}$$

$$A+B+C+D+E=30+(B+D)+(C+D)+E$$

$$\text{よって、} A-D=30$$

この図は、二線分の幅を越えて点を移動させるため、大きさが変わってしまう。交点の位置など、元々の二線分の長さ以外の情報がない場合は計算によって面積は求まらなると考える。しかし、いつでも二つの三角形の面積の差が30であることがいえ、これがGeoGebraで表示されていると分かる。

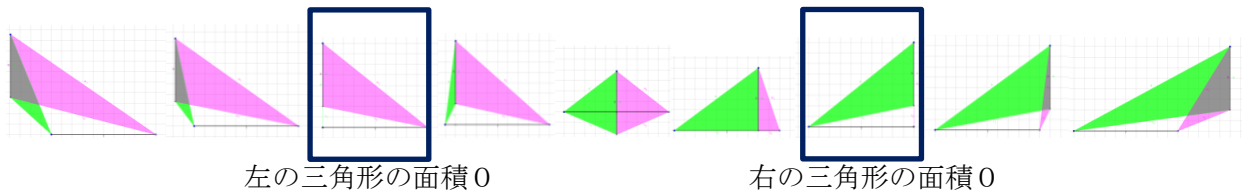
## 図形の統合について

縦の線分で図を分割し、二つの三角形をつくる。それぞれの横の線分の位置を固定し、縦の線分を動かすときの二つの三角形の面積の増減を観察する。

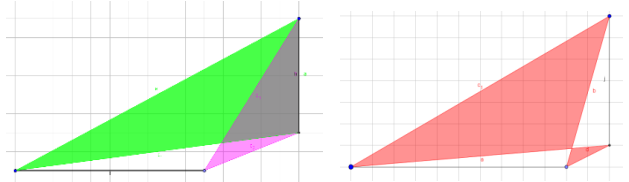
横の線分の幅の間で図が変化するとき、一方の三角形の面積は増加、もう一方が減少するが、増加量と減少量が同じであるため面積に変化はなく、合わせて30となる。

横の線分の端に縦の線分がきたとき、一方の面積は30に、もう一方の面積は0になる。

横の線分のそれを越えて縦の線分が移動したとき、一方は増加、もう一方の面積は負の数で表される。この二つの三角形は一部重なり合うが、重なり合った部分は差し引き面積0となる。この場合、面積の和はGeoGebraでは30と表示される。これらの図は同じ考えで統合される。



GeoGebraでは多角形を作るとき、重なり部分は表示されなくなるため、図形がないように見える。よって、今回の問題場面でも重なり合って面積0となる部分は、表示されず、面積の差が30になる二つの三角形のみが表示されている状態にある。



## 3. 単元目標

- ◎ 図形の性質を調べる上で基礎となる見方・考え方や基本的性質を、観察や操作、実験などの活動を通して見出し、明らかにし、論証の意義と推論の進め方について理解する。

観察や操作、実験などの活動を通して、基本的な平面図形の性質を見出し、平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。

- ア 平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確認説明すること
- イ 平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして、多角形の角についての性質が見出せることを知ること

## 4. 学習計画

第1次 動的幾何ソフト Geo Gebra の導入

第1時 基本的な機能

…見つかった課題：内角の大きさを求めたいのに、外角が求まってしまうのはなぜ？

第2時 基本的な機能

…見つかった課題：動く点と動かない点の違いは何？

第3時 基本的な機能（本時）

…面積はどうして同じ値？

第2次 平行と合同

第3次 証明

## 5. 本時の学習

### (1) 本時目標

- 直交する二直線を基につくられた図形について観察することを通して、違って見える図形を統合して考えられることに気づき、統合されない図形の仕組みを考える。
- 動的幾何ソフトを課題を見つけるツール、課題解決のためのツールとして活用する。

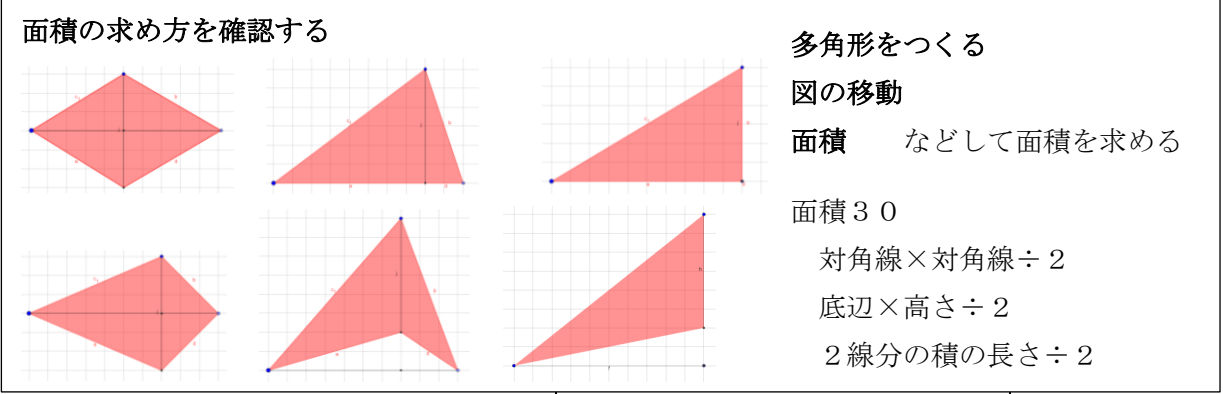
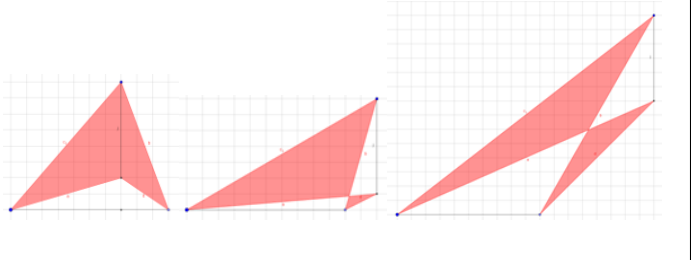
### (2) 期待される数学的活動

数学的活動A それぞれの三角形の和を求めて考察する

数学的活動B 二つの三角形の面積の差だと気づき、原因を探る

数学的活動C 負の数で計算されている部分があることに気付く

### (3) 本時の展開

	学 習 活 動	指導上の留意点と支援	評 価
課 題 の 準 備	1 直交する2線分の4点をつないでできる図形の面積を求めよう。 線分の長さは縦10、横6とする。	<ul style="list-style-type: none"> <li>2線分の図は与えておく。</li> <li>画面はグリッドを用意し、計算でも求まるようにしておく。</li> </ul>	
	<p>面積の求め方を確認する</p>  <p>多角形をつくる 図の移動 面積 などして面積を求める</p> <p>面積30 対角線×対角線÷2 底辺×高さ÷2 2線分の積の長さ÷2</p>		
課 題 の 発 見	2 点をさらに動かしてみよう <ul style="list-style-type: none"> <li>面積は30のまま</li> <li>面積が30のときより大きくなっているように見える</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>面積を表示させる。</li> <li>違和感が出るころまで図を動かす。</li> </ul>	
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 30%;"> <p>ねじれた図形の面積を求めよう *Geo Gebraを使って考えたことはノートにメモをしていくこと</p> </div>  <p>支援 それぞれ面積を求めてみよう</p>		

期待される生徒の活動A【それぞれの三角形の和を求めて考察する】

A 1 : Geo Gebra 「面積」 計算を使う

交点をとる

それぞれの三角形を**多角形**としてなぞる

数式ビューで面積を確認する

A 2 : 底辺、高さを求めて、それぞれの面積を求め

底辺にあたる部分に**線分**をつくる

底辺に対し**垂線**をひく

底辺と垂線の**交点**をつくる

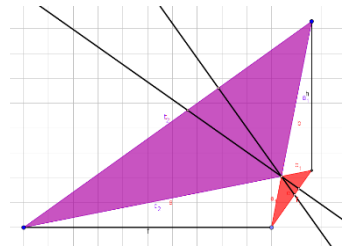
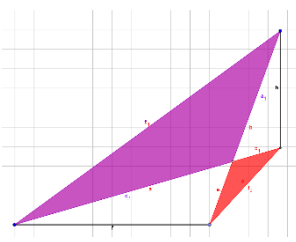
頂点から交点まで**線分**でつなぐ

数式ビューで長さを確認する

\*二つの三角形の**色をかえ**ると分かりやすい。

\*数式ビューでなく、**面積**を求める指示をするには、元のねじれた図形を非表示にする必要がある。

\***長さ**を測る指示をしても求まるが、画面上の情報が**多くなる**



A 3 : グリッドの目盛を使って**近似値**で求め、30にならないことが分かる。

支援図をゆっくり動かして、きま  
りがないか観察しよう。

期待される生徒の活動B【二つの三角形の面積の差だと気づき、原因を探る】

B 1 : 二つの三角形をそれぞれ異なる**多角形**としてなぞる。

点の移動をしながら、**数式ビュー**で値の増減の変化を観察する。

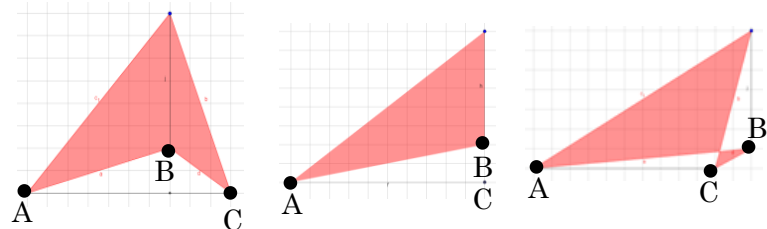
二つの三角形の和が30であることを確認する。また、ねじれた図形になったところから差が30になることに気付く。



\*二つの三角形を、それぞれ異なる**多角形**としてなぞるのは、縦の線分が横の線分の間にある時が良い。縦の線分をどこに移動させても面積を求めることができる。

\*ねじれた図形（縦の線分が横の線分の幅の外にある）の時に、異なる**多角形**を作った場合、縦の線分を動かすと、表されないことがある。（数式ビューでは**未定義**となる）

B 2 : 点の移動をしながら、ねじれが起こる原因の変化を探り、頂点の位置関係が変わることに気づく。



支援 二つの三角形に分けて考えよう

期待される生徒の活動C【負の数で計算されている部分があることに気付く】

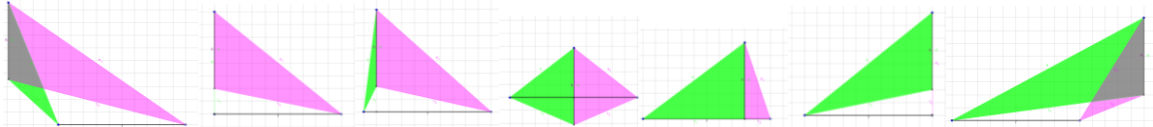
C1：方向が反対になった三角形の面積が負の数で表されることに気付く

二つの三角形をそれぞれ異なる多角形としてなぞる。

点の移動をしながら、数式ビューで値の増減の変化を観察する。

二つの三角形の和が30であることを確認する。

ねじれた図形になったところから面積の差が30になる。方向が変わった部分の面積を負の数でとらえて考えることに気づく。重なった部分の面積は0。

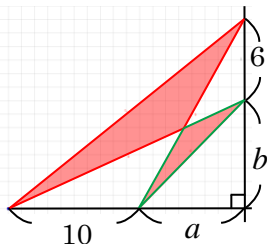


C2：底辺の長さが負の数で表される。

ねじれた図形になったところから面積の差が30になる。

縦の線分の位置が横の線分の幅を越えた場合、底辺の長さが負の数で表されると考えることで、面積が負の数で表されることに気づく。

C3：方程式で解く（原因の追究には至らない）



$$A + B + C + D + E = \frac{1}{2}(10 + a)(6 + b)$$

$$= 30 + 5b + 3a + \frac{1}{2}ab$$

$$B + D = 5b、c + d = 3a、E = \frac{1}{2}ab \text{ より、}$$

$$A + B + C + D + E = 30 + (B + D) + (C + D) + E$$

よって、 $A - D = 30$

まとめ

○違うように見えても、同じ条件のもと、同じ図であるといえるものがある。

(統合)

○点や線を動かすことで変わるもの、変わらないものがある。

○ICTを使いながら、自分自身が考えることが大切。

・図を連続したものとして捉えている。